

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2016  
- الموضوع -

ⵜⴰⵎⴰⵎⴰⵔⵉⵜ | ⵏ ⵏⵓⵔⵉⵜ  
ⵜⴰⵎⴰⵎⴰⵔⵉⵜ | ⵏ ⵏⵓⵔⵉⵜ  
ⵏ ⵏⵓⵔⵉⵜ ⵏ ⵏⵓⵔⵉⵜ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم  
والامتحانات والتوجيه

RS26



2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

تعليمات للمترشح

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها .

يتكون الموضوع الذي بين يديك من ثلاثة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات، الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية :

. 1

- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ينبغي عليك تحليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...).

. 2

- يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع؛
- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
- تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
- تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

**التمرين الأول : (4.5 نقط)**

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 0$  و  $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$  ;  $n \in \mathbb{N}$

1. احسب  $u_1$  و  $u_2$  0.5

2. أ. تحقق أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} + 1 = \frac{2(u_n + 1)}{u_n + 3}$  0.5

2. ب. بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n > -1$  0.5

2. ج. تحقق أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n + 1)^2}{u_n + 3}$  0.5

2. د. استنتج أن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية تناقصية وأنها متقاربة . 0.5

3. نضع  $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n + 1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

3. أ. احسب  $v_0$  0.25

3. ب. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_{n+1} = \frac{3u_n + 5}{2(u_n + 1)}$  0.25

3. ج. بين أن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية حسابية أساسها  $\frac{1}{2}$  0.5

3. د. احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  0.25

4. أ. تحقق أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{-v_n + 2}{v_n - 1}$  0.25

4. ب. استنتج أن  $u_n = \frac{-n}{n + 2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.25

4. ج. احسب النهاية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  0.25

**التمرين الثاني : (4.5 نقط) (تقدم جميع نتائج هذا التمرين على شكل كسر)**

يحتوي كيس على إحدى عشرة كرة غير قابلة للتمييز باللمس، ثلاث منها بيضاء وأربع منها خضراء وأربع منها حمراء. نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1. نعتبر الأحداث التالية:

A : " الكرات الثلاث المسحوبة من نفس اللون "

B : " سحب كرة واحدة بالضبط من كل لون "

C : " الكرات الثلاث المسحوبة من لونين مختلفين "

1. أ. بين أن احتمال الحدث A هو  $p(A) = \frac{3}{55}$  1

1. ب. احسب احتمال الحدث B 1

1. ج. استنتج أن  $p(C) = \frac{36}{55}$  0.5

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

2. أ. أتمم ملء الجدول جانبه بعد نقله على ورقة تحريرك مغللا جوابك. 1.5

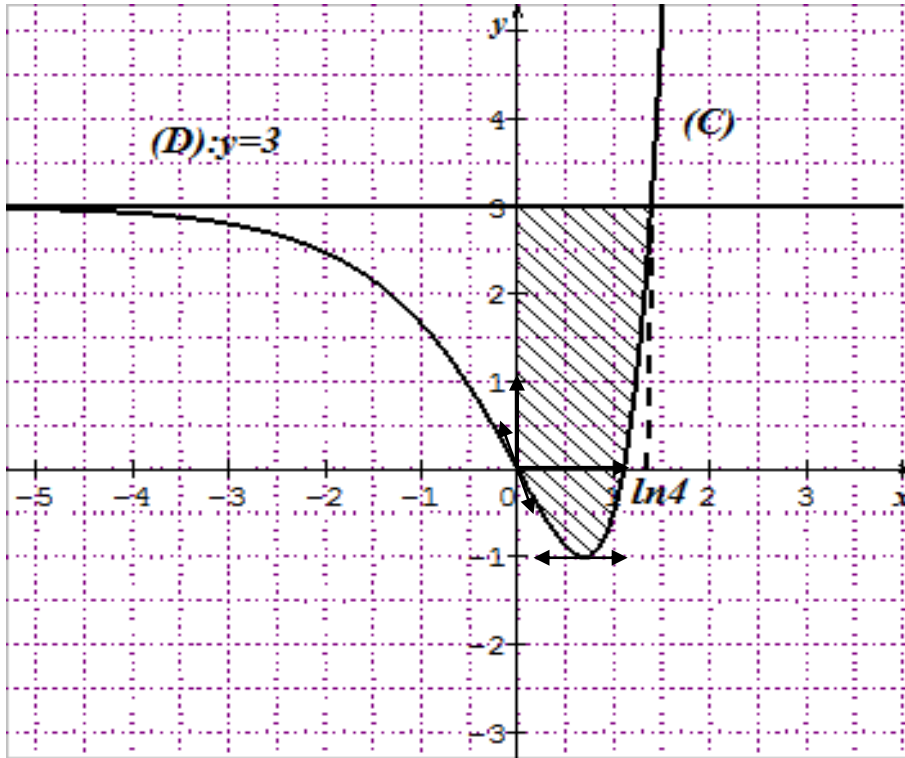
$x_i$	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\frac{84}{165}$		

2. ب. احسب  $E(X)$  الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X 0.5

**التمرين الثالث : (11 نقطة)**

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$   
وليكن  $(C)$  تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. 0.5 تحقق أن  $f(x) = e^x(e^x - 4) + 3$
2. 0.75 أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
2. 1.25 ب. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
3. 1 أ. بين أن  $f'(x) = 2e^x(e^x - 2)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$
3. 1.5 ب. ادرس إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$
4. 1.5 تحقق أن  $f(x) = (e^x - 1)(e^x - 3)$  ثم حدد نقطتي تقاطع المنحنى  $(C)$  مع محور الأفاصيل .
5. 0.5 أ. بين أن  $f''(x) = 4e^x(e^x - 1)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$
5. 1.5 ب. ادرس إشارة  $f''(x)$  على  $\mathbb{R}$  ثم استنتج أن  $O(0;0)$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(C)$
6. 0.5 حدد معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $O(0;0)$
7. في الشكل أسفله ،  $(C)$  هو التمثيل المبياني للدالة  $f$  و  $(D)$  هو المستقيم ذو المعادلة  $y = 3$
7. 0.5 أ. حدد نقطة تقاطع  $(C)$  والمستقيم  $(D)$
7. 1.5 ب. احسب مساحة الحيز المخدش .





2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

التمرين الأول (4.5 نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1	$u_1 = \frac{-1}{3}$ و $u_2 = \frac{-1}{2}$	0.25 + 0.25	0.5	
2. أ		0.5	0.5	
2. ب		0.5	0.5	
2. ج		0.5	0.5	
2. د	$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية	0.25	0.5	
	إثبات تقارب $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$	0.25		
3. أ	$v_0 = 2$	0.25	0.25	
3. ب		0.25	0.25	
3. ج		0.5	0.5	
3. د	$v_n = 2 + \frac{n}{2}$	0.25	0.25	
4. أ		0.25	0.25	
4. ب		0.25	0.25	
4. ج		0.25	0.25	ليس مطلوباً من المترشح تحليل النتيجة

التمرين الثاني (4.5 نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1. أ	وضع الصيغة الصحيحة	0.5	1	
	إثبات أن $p(A) = \frac{3}{55}$	0.5		
1. ب	وضع الصيغة الصحيحة	0.5	1	تقبل كل طريقة صحيحة
	$p(B) = \frac{16}{55}$	0.5		
1. ج	$p(C) = 1 - (p(A) + p(B))$	0.25	0.5	
	التوصل إلى النتيجة	0.25		
2. أ	صيغة $p(X=0)$	0.25	1.5	تقبل كل طريقة صحيحة
	$p(X=0) = \frac{56}{165}$	0.25		
	صيغة $p(X=2)$	0.25		
	$p(X=2) = \frac{24}{165}$	0.25		
	صيغة $p(X=3)$	0.25		
	$p(X=3) = \frac{1}{165}$	0.25		

	0.5	0.5	$E(X) = \frac{9}{11}$	2 . ب
--	-----	-----	-----------------------	-------

التمرين الثالث (11 نقطة)				
	0.5	0.5		1
	0.75	0.25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$	2 . أ
		0.25	التعليل	
		0.25	التأويل الهندسي	
	1.25	0.25	التعليل	2 . ب
		0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
		0.25	التعليل	
		0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$	
		0.25	التأويل الهندسي	
	1	1		3 . أ
	1.5	1	دراسة الإشارة	3 . ب
		0.5	جدول تغيرات $f$	
	1.5	0.5	التحقق	4
		0.5	حل المعادلة $f(x) = 0$	
		0.25×2	نقطتا التقاطع	
	0.5	0.5		5 . أ
	1.5	0.5	حل المعادلة $f''(x) = 0$	5 . ب
		0.5	دراسة الإشارة	
		0.5	استنتاج نقطة الانعطاف	
	0.5	0.5	$(T): y = -2x$	6
	0.5	0.25	حل المعادلة $f(x) = 3$ مبيانيا أو جبريا	7 . أ
يقبل الحل الجبري كما يقبل الحل المبياني		0.25	نقطة التقاطع	
	1.5	0.5	صيغة للتكامل: $\int_0^{\ln 4} (3 - f(x)) dx$	7 . ب
في حالة عدم ذكر وحدة القياس تمنح للمترشح النقطة كاملة: 1		1	$\int_0^{\ln 4} (3 - f(x)) dx = \frac{9}{2}$ المساحة $\frac{9}{2} u.a$	